Ejercicio $M30$

Permita que A sea la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones de abajo.
Es A singular o no singular? Explique que se puede inferir sobre la solucion para el sistema basado solamente en lo que ha aprendido sobre A siendo singular o no singular.

$$\begin{aligned} -x_1+5x_2&=-8\\ -2x_1+5x_2+5x_3+2x_4&=9\\ -3x_1-x_2+3x_3+x_4&=3\\ 7x_1+6x_2+5x_3+x_4&=30 \end{aligned}$$

Solucion:
Se hizo reduccion de filas en la matriz de coeficientes de el sistema de ecuaciones.

$$\begin{pmatrix} -1 & 5 & 0 & 0\\ -2 & 5 & 5 & 2\\ -3 & -3 & 3 & 1\\ 7 & 6 & 5 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \mathbf{1} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \mathbf{1} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \mathbf{1} & 0\\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{1} \end{pmatrix}$$

Como en la reduccion de filas, la matriz de coeficientes es la matriz identidad de $4X4$, I_4 (Definicion Matriz Identidad por el Teorema 'Reduccion de Filas de Matrices No Singulares a la Matriz Identidad'), se sabe que la matriz de coeficientes es no singular.
De acuerdo al Teorema 'Matrices No Singulares y Unicas Soluciones', se sabe que el sistema esta garantizado a tener una unica solucion, basados solamente en la informacion extra que la matriz de coeficientes es no singular.

Definicion Matriz Identidad
La matriz identidad de m x m, I_m, esta definida por:

$$[I_m]_{ij}=\begin{cases} 1 & i=j\\ 0 & i\neq j \end{cases}$$

Teorema 'Reduccion de Filas de Matrices No Singulares a la Matriz Identidad'

Suponga que A es una matriz cuadrada y B es una matriz de filas equivalentes en reduccion de fila $-$ escalon. Entonces A es no singular si y solo si B es la matriz identidad.

Teorema 'Matrices No Singular y Unicas Soluciones'

Suponga que A es una matriz cuadrada. A es una matriz no singular si y solo si el sistema $LS(A,b)$ tiene una unica solucion para todo vector constante b.

Contributed by Robert A. Beezer
Contribuido por Robert A. Beezer
Traducido por Cristina Alvarez